

4ª LISTA DE MECÂNICA QUÂNTICA II
(2013-1)

1. Considere uma partícula de spin 1/2 interagindo com um campo magnético

$$\vec{B}(t) = B_0 \hat{z} + B' \sin \omega t \hat{n}$$

segundo o hamiltoniano $H = g \vec{S} \cdot \vec{B}(t)$. A partícula foi inicialmente preparada no estado $|-\rangle$. Considerando $B' \ll B_0$ e adotando a aproximação de onda girante, encontre o estado da partícula como função do tempo e a probabilidade de transição em primeira ordem em teoria de perturbação dependente do tempo para:

(a) $\hat{n} = \hat{z}$.

(b) $\hat{n} = \hat{y}$.

(c) Determine $\langle S_z \rangle(t)$ até primeira ordem em B' para os casos dos itens (a) e (b).

2. Considere um sistema de três níveis cujo hamiltoniano não perturbado pode ser escrito como:

$$H_0 = E_a |a\rangle\langle a| + E_b |b\rangle\langle b| + E_c |c\rangle\langle c|$$

onde $E_c > E_b > E_a$ e $\{|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle\}$ é a base de autoestados de H_0 . As frequências de Bohr associadas são:

$$\omega_1 = \frac{E_b - E_a}{\hbar} \quad \text{e} \quad \omega_2 = \frac{E_c - E_b}{\hbar}$$

Este sistema interage com uma onda eletromagnética de frequência ω_0 , cuja perturbação pode ser escrita como:

$$V(t) = \mathcal{E} \cos \omega_0 t (g_1 |b\rangle\langle a| + g_2 |c\rangle\langle b| + h.c.).$$

Em $t = 0$ o sistema é preparado no estado $|a\rangle$.

- (a) Calcule a probabilidade de transição $P_{a \rightarrow b}(t)$ até primeira ordem em teoria de perturbação e mostre que $P_{a \rightarrow c}(t) = 0$ nesta ordem.
- (b) Utilize a teoria de perturbação de segunda ordem para calcular $P_{a \rightarrow c}(t)$. Mostre que esta probabilidade de transição possui uma ressonância em $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$, a qual está associada ao que chamamos de “transição de dois fótons”. Comente esta denominação.

- (c) As transições de dois fótons dão origem a processos ópticos não lineares, como geração de segundo harmônico, conversão paramétrica e efeito Raman, entre outros. Utilizando o diagrama de níveis do sistema, discuta **de forma sucinta** como a transição de dois fótons, seguida da transição direta de c para a por emissão espontânea, gera luz com frequência $2\omega_0$ (segundo harmônico). Este processo torna-se mais importante do que as transições de um fóton (termos de primeira ordem) quando ω_0 é muito diferente de ω_1 e ω_2 , mas $\omega_0 \sim (\omega_1 + \omega_2)/2$.